

## **Lernpsychologische und fachdidaktische Grundsätze des Mathematikunterrichts**

### **Auf die Tiefenstruktur kommt es an**

Lernwirksamer Unterricht beruht nachweislich auf einem Zusammenspiel der vier Tiefenstrukturdimensionen [1], [2], [3]

1. kognitive Aktivierung
2. konstruktive Unterstützung
3. formative Diagnostik
4. Klassenführung

Damit ist gemeint, dass Kompetenzen nur durch intensive und anspruchsvolle *gedankliche* Auseinandersetzung ausgehend vom aktuellen, diagnostizierten Stand des Vorwissens nachhaltig erworben werden können. Der selbsttätige Umgang mit Wissen ist zentral; wir distanzieren uns aber von einer missverstandenen "Handlungsorientierung", bei der beobachtbares Tun und oberflächliche Geschäftigkeit statt kognitiver Aktivitäten im Vordergrund stehen.

Für einen in diesem Sinne lernwirksamen Unterricht muss in der Planung nicht nur genügend Zeit vorgesehen, sondern es muss durch effektive Klassenführung auch für ein entsprechendes, positives Lernklima in der Lerngruppe sowie für eine vollständige Nutzung der Unterrichtszeit für das Lernen gesorgt werden. Besondere Bedeutung kommt dabei dem konstruktiven Umgang mit Fehlern, die ein grundlegender Bestandteil von Lernprozessen sind, sowohl seitens der Mitschülerinnen und Mitschüler als auch seitens der Lehrkräfte zu.

### **Einführung und Sicherung neuer Kompetenzen**

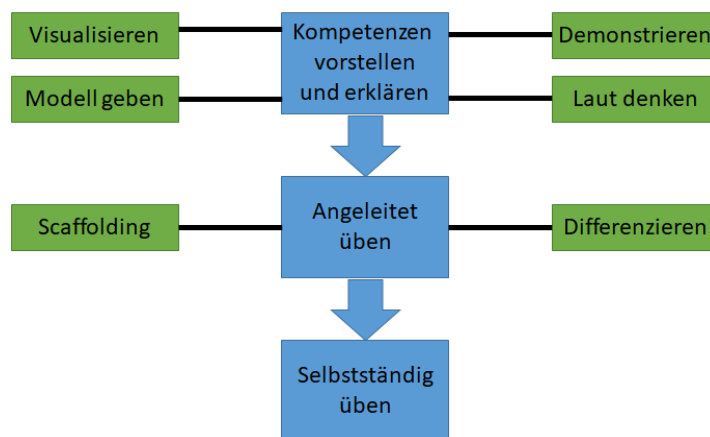
Neue mathematische Konzepte können nicht ausschließlich mit Hilfe individualisierter Arbeitsformen erworben werden [4]. Dem Stand der Fachdidaktik entsprechend folgt der Unterricht dem Dreischritt Erkunden - Ordnen - Systematisieren und Sichern [5]. Die Einstiege sollen dabei soweit wie möglich mit Hilfe sinnstiftender Kontexte und geeigneter Problemstellungen erfolgen, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren selbstständige Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt. Zum Erwerb neuer Begriffe ist in der Unterrichtsplanung genügend Zeit für selbsttätige Arbeit der Schülerinnen und Schüler vorzusehen.

In der Phase des Systematisieren und Sicherns kommt dem Unterrichtsgespräch eine entscheidende Bedeutung zu, denn nur die Lehrkraft ist aufgrund ihres Kompetenzvorsprungs in der Lage zu beurteilen, welche von den Schülern erarbeiteten Ideen mathematisch tragfähig sind und wie diese in die Bezugswissenschaft eingeordnet werden können. Im Schuljahr 2019/20 findet hierzu eine zweitägige Fortbildung statt, die in der Erstellung eines sog. "Wissensspeichers" ab dem Schuljahr 2020/21 mündet. Dieser unterstützt die Lernenden konstruktiv bei der Formulierung eigener Merksätze und der Konstruktion typischer Beispiele und Gegenbeispiele. Dieser Wissensspeicher wächst im Laufe der Schulzeit in einem Ordner mit und dient auch nach längeren Zeiträumen als Referenz für die zentralen Ergebnisse des Unterrichts.

Eine Unterrichtsgestaltung, die im Sinne einer "Selbstlern-Ideologie" die Verantwortung für den Erwerb neuer Konzepte ausschließlich auf die Schülerinnen und Schüler abwälzt, stellt eine Überforderung dar und kommt einem "pädagogischen Kunstfehler" [6] gleich.

## Direkte Instruktion

Der Erwerb komplexer Kompetenzen fußt stets auf der weitgehend automatisierten Beherrschung basaler Fähigkeiten und Fertigkeiten. Gerade wenn es um den Erwerb standardisierter Verfahren geht, stellt direkte Instruktion das Mittel der Wahl dar, da es sich um eine effiziente und nachweislich höchst effektive Art der Vermittlung handelt. Gemäß der Fachliteratur ist darunter ein Unterricht nach folgendem Modell zu verstehen [6], [7]:



Scaffolding-Materialien für die Phase des angeleiteten Übens werden kontinuierlich entwickelt, erprobt und fachschaftsintern über eine Lernplattform (im Schuljahr 2020/21: Moodle) geteilt.

## Kooperative Lernformen

Durch den Einsatz kooperativer Lernformen im Sinne von Brüning und Saum [8] leistet der Mathematikunterricht auch einen Beitrag zu Aspekten des sozialen Lernens, indem er Schülerinnen und Schüler zur strukturierten Kooperation anleitet. Diese Lernformen beruhen auf dem Dreischritt Ich - Du - Wir (auch bekannt als Think - Pair - Share), d.h. Kooperationsphasen geht stets eine Phase der Einzelarbeit - so oft wie möglich schriftlich - voraus. Die darauf aufbauenden Stufen umfassen verschieden komplexe Arrangements von einfacher Partner- und Plenumsarbeit über Placemat, Lerntempoduett, Gruppenrallye, Gruppenpuzzle etc.

## Produktive Aufgaben

Die verwendeten Aufgaben sollen, wo immer möglich, produktiv sein, d.h. die folgenden Kriterien erfüllen [9]:

- sinnstiftend: Den Schülerinnen und Schüler wird klar, was man durch diese Übung besser verstehen kann.
- entdeckungsoffen: Die Aufgaben erlauben eigene Wege und bieten den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, mathematisch tätig zu sein und Entdeckungen zu machen (d.h. keine eng geführte Abarbeitung).
- reflexiv: Die Aufgaben regen zum Nachdenken über den Übungsgegenstand bzw. die Tätigkeit an.

- selbstdifferenzierend: Die Aufgabenstellungen müssen ermöglichen, dass Schülerinnen und Schüler auf ihrem jeweiligen Niveau arbeiten können.

Auf diese Weise wird eine erhebliche Verbesserung der Tiefenstruktur in den Dimensionen kognitive Aktivierung und konstruktive Unterstützung erzielt. Da das eingeführte Schulbuch derartige Aufgabenformate noch nicht durchgehend verwendet, dient die "mathewerkstatt" als zusätzliche Quelle. Eigens entwickelte und erprobte produktive Aufgaben werden ebenfalls fachschaftsintern über eine Lernplattform geteilt. Die Aufgabenformate "wahr oder falsch" bzw. "Finde den Fehler" aus Lambacher Schweizer erfüllen grundlegende Anforderungen an produktive Aufgaben und sind verpflichtend in den Unterricht zu integrieren.

### **Häusliches Lernen im Rahmen des Ganztags**

In einer Ganztagschule sind in der Regel keine schriftlichen Hausaufgaben nach Ende des Unterrichts mehr zu erledigen (BASS 12-63 Nr. 3). Ohne Phasen individueller Auseinandersetzung mit Lerninhalten (Einzelarbeit) kann der Kompetenzerwerb jedoch nicht sichergestellt werden. Diese Phasen ohne Kommunikation sind verpflichtend als Lernzeit in den Unterricht zu integrieren. Wird die zur Verfügung stehende Zeit von Schülerinnen und Schülern nicht genutzt, so müssen die Aufgaben eigenständig außerhalb der Unterrichtszeit nachgearbeitet werden; es handelt sich hierbei *nicht* um Hausaufgaben.

Ungeachtet dessen besteht für Schülerinnen und Schüler die Verpflichtung, sich auf den Unterricht vorzubereiten (§ 42 (3) SchulG NRW). Analog zum Vokabellernen in Fremdsprachen ist darunter im Fach Mathematik u.a. folgendes zu verstehen:

- Festigung deklarativen Wissens (z.B. Lernen von Formeln, Vielfachen, des "Einmaleins", mathematischer Definitionen, Beispielen etc.). Ab dem Abiturjahrgang 2029 (Einschulung 2020/21) wird dieser Punkt größtenteils durch das Lernen mit dem Wissensspeicher abgedeckt.
- Wiederholungsaufgaben der Kategorien Check-In, Teste Dich und Teste Dein Grundwissen bearbeiten.

### **Sprachförderlicher Unterricht**

Die Förderung in der deutschen Sprache ist Aufgabe aller Fächer. Die Schülerinnen und Schüler werden daher zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten. Insbesondere produktive Aufgaben bieten dabei zahlreiche Anlässe zur Sprachproduktion, d.h. auch im Fach Mathematik werden die Schülerinnen und Schüler beim Erwerb bildungs- und fachsprachlicher Kompetenzen unterstützt. Mittelfristig ist eine Fortbildung für die gesamte Fachschaft zu diesem Thema angedacht.

### **Übungs- und Wiederholungskonzept**

Zur Sicherung eines langfristigen und nachhaltigen Kompetenzerwerbs existiert für den Mathematikunterricht ein Übungs- und Wiederholungskonzept, das die im eingeführten Lehrbuch Lambacher Schweizer bereits enthaltenen Elemente gewinnbringend nutzt. Dabei

dienen Aufgaben der Rubrik "Teste Dich" nach einem ersten unterrichtlichen Zugang zur Vergewisserung, ob die Lerninhalte auch hinreichend verstanden wurden und *ohne Unterstützung* abgerufen werden können. Diese Aufgabenformate eignen sich ebenfalls für regelmäßige formative wie summative Kurztests [Zitat Köller].

Die Aufgaben der Rubrik "Teste Dein Grundwissen" ermöglichen es, weiter zurückliegende Basiskompetenzen wachzuhalten. Sie sind verpflichtender Bestandteil der Unterrichtsgestaltung; empfohlen wird hier die selbstständige Bearbeitung als Element von Wochenplänen oder als Lernzeitaufgaben. Grundwissen-Aufgaben aus dem entsprechenden Lehrbuchkapitel sind Bestandteil jeder Klassenarbeit.

Um die Verbindlichkeit für einen nachhaltigen Kompetenzerwerb weiter zu erhöhen, enthält die jeweils letzte Klassenarbeit des Schuljahres einen Teil, der in allen Klassen eines Jahrgangs identisch ist und der sich auf die für das erfolgreiche Weiterlernen unverzichtbaren Kompetenzen des entsprechenden Jahrgangs bezieht. Diese Kompetenzen wurden durch einen fachschaftsinternen Konsens festgelegt und befinden sich im Anhang dieses Dokuments.

Schließlich leistet der Unterricht auch einen Beitrag zum Aufbau metakognitiver Kompetenzen, indem er Schülerinnen und Schüler bereits in der Erprobungsstufe zur Anwendung nachweislich wirksamer Lerntechniken anleitet [6]:

- Sich selbst testen, ob man das Gelernte verstanden hat.
- Einen Übungsplan erstellen, der Übungsaktivitäten über einen längeren Zeitraum verteilt.
- Elaborierende Selbstbefragung
- Selbsterklärung

### **(Digitale) Medien**

Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen und das Verstehen von mathematischen Inhalten fördern.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen Informationen und Daten aus Medienangeboten, z.B. Printmedien, Internet, Formelsammlung, zur Informationsrecherche sowie digitale Mathematikwerkzeuge:

- Tabellenkalkulation ab Klasse 5 bzw. 6 auf iPad und/oder PC
- grafikfähiger Taschenrechner (GTR) ab Klasse 7 (G8, auslaufend)
- wissenschaftlicher Taschenrechner (WTR) ab Klasse 7 (G9)
- GeoGebra (Zeitpunkt noch nicht festgelegt) auf iPad und/oder PC

Die Schülerinnen und Schüler entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen Werkzeuge und Plattform (Tabellenkalkulation/GeoGebra auf iPad/PC) begründet aus. Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Versionen werden diskutiert, um die Unabhängigkeit der Schülerinnen und Schüler von einem bestimmten Anbieter/Plattform zu gewährleisten.

Insbesondere erfüllt die Fachschaft Mathematik damit die Vorgaben des Medienkompetenzrahmens NRW (MKR) Eine detaillierte Auflistung der Medienmodule im Fach Mathematik findet sich im Mediencurriculum des EvT (in Arbeit).

Die Schülerinnen und Schüler müssen gewisse Kompetenzen jedoch weiterhin hilfsmittelfrei beherrschen. Mit der Einführung des WTR in Klasse 7 enthält jede Klassenarbeit verpflichtend einen Teil, der ohne Hilfsmittel zu bearbeiten ist. Dies schließt auch die Möglichkeit ein, Klassenarbeiten ohne WTR-Einsatz zu schreiben.

### **Qualitätsentwicklung und -sicherung**

Als Maßnahmen der Qualitätsentwicklung und -sicherung kommen in der Fachschaft Mathematik zum Einsatz:

- Qualitätskontrolle der gestellten Klassenarbeiten durch das Jahrgangsteam,
- Vergleichsarbeiten (s.o.) als letzte Klassenarbeit des Jahres,
- Lektüre von forschungsbasierter Fachliteratur,
- regelmäßige Fortbildungen mit internen und externen Referentinnen und Referenten,
- evidenzbasiertes Unterrichtsfeedback per App (FeedbackSchule),
- Abgleich von Unterrichtsvorhaben mit dem Referenzlehrbuch "mathewerkstatt",
- kollegiale Hospitation.

### **Literatur**

[1] Gold: Guter Unterricht – Was wir wirklich darüber wissen

[2] Kunter, Trautwein: Psychologie des Unterrichts

[3] IBBW-Publikationsreihe „Wirksamer Unterricht“, <https://ibbw.kultus-bw.de/Lde/Startseite/Empirische-Bildungsforschung/Publikationsreihe-Wirksamer-Unterricht>

[4] Leuders, Prediger: Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht

[5] Prediger, Barzel, Leuders, Hussmann: Systematisieren und Sichern, [https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/11-ML\\_164-Basisartikel-Systematisieren.pdf](https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/11-ML_164-Basisartikel-Systematisieren.pdf)

[6] Wellenreuther: Lehrer und Lernen – Aber wie?

[7] Brüning, Saum: Direkte Instruktion – Kompetenzen wirksam vermitteln

[8] Brüning, Saum: Erfolgreich unterrichten durch kooperatives Lernen (2 Bände)

[9] KO-SI-MA-Fortbildung „Produktives Üben“, <https://dzlm.de/sites/dzlmtheme/files/DZLM-Produktives%20Ueben-Modulhandbuch%2020170601.pdf>